

〔1〕小問集合

(1) $-2 + 16 \div (-2) = -2 - 8$ (2) $8x - 2y - 5x + 10y$

(3) $2ab^2 \times 9b^2 \times \frac{1}{6ab}$

(4) 上の式を $\times 3$ して加減法、または上の式を $x = 3y + 7$ にして代入法で解く。

(5) $3 - \sqrt{7} + 6\sqrt{7} - 14$

$$(6) x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 12}}{2}$$

(7) $y = -\frac{2}{3}x^2$ のグラフは下に開いた形なので、 $x = 0$ のとき $y = 0$ をとる。また -3 と 6 の絶対値を比べると、 6 の方が大きいので、 $x = 6$ のとき、最小値 $y = -\frac{2}{3} \times 6^2 = -24$

(8) 容器内の水と容器全体は相似で、相似比は $1:3$ である。よって体積比は $1^3:3^3=1:27$ なので、容器の体積を $x \text{ cm}^3$ とすると、 $1:27=6\pi:x$ となる。

$x = 162\pi$ 。よって求める体積は $162\pi - 6\pi = 156\pi$ となる。図のイメージは映像を参照

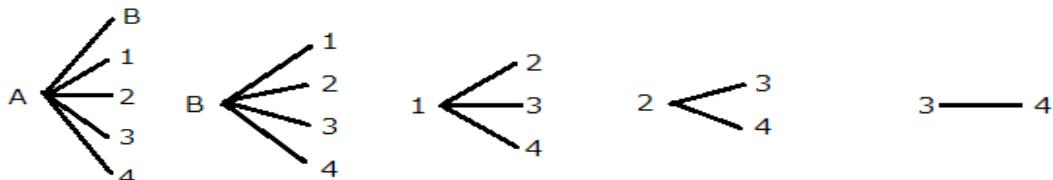
(9) 線分 BD は円 O の直径なので、 $\angle BAD = 90^\circ$ 、よって $\angle ADB = 180 - 90 - 34 = 56^\circ$ 。また円周角の定理より $\angle ADB = \angle ACB = 56^\circ$ 、 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形なので、 $\angle ABC = \angle ACB = 56^\circ$ 。よって $\angle x = 180^\circ - 56^\circ \times 2 = 68^\circ$ 図のイメージは映像を参照

(10) $(1 \times 7 + 3 \times 5 + 5 \times 4 + 7 \times 3 + 9 \times 1) \div 20 = 3.6$ (分)

〔2〕連立方程式の応用・確率・ $y = a\chi^2$ ・作図

(1) 模範解答の求め方を参照

(2) 赤玉を A, B、白玉を 1, 2, 3, 4 とすると、



6 個の玉を同時に 2 個取る場合の数は $6 \times 5 \div 2 = 15$ 通り。

そのうち玉の色が異なるのは 8 通りあるので、 $\frac{8}{15}$

(3) ①直線 AB の傾きが 2 なので、 $\frac{36a - 4a}{6 - (-2)} = \frac{32a}{8}$ よって $\frac{32a}{8} = 2$ 、 $a = \frac{1}{2}$

グラフのイメージは映像を参照

② $y = \frac{1}{2}\chi^2$ なので、A (-2, 2)、B (6, 18) となる。また直線 AB の式は $y = 2\chi + 6$ になり、 χ 軸との交点を C とすると、C (-3, 0) となる。

よって $\triangle OAB$ の 2 倍の面積は、 $(6 \times 2 \div 2) + (6 \times 6 \div 2) \times 2 = 48$ 。

$\triangle PAB = \triangle PCB - \triangle PCA$ なので、点 P の χ 座標を t とすると、

$\triangle PCB = (3+t) \times 18 \div 2 = 27 + 9t$ 、 $\triangle PCA = (3+t) \times 2 \div 2 = 3+t$

よって $(27 + 9t) - (3+t) = 48$ $t = 3$ 求める流れは映像を参照

(4) 頂点Bが頂点Dに重なるように折るということは、線分BDの垂直二等分線を引けばよい。

[3] 証明 解答3行目から6行目の別解

三角形の内角と外角の関係より、 $\angle DCF + \angle DFC = \angle EDF + \angle EDB$

$\triangle DEF \equiv \triangle AEF$ より、 $\angle DCF = \angle EDF = 60^\circ$ だから $\angle DFC = \angle EDB \cdots \text{②}$

でも可。また同意文も可とする。

[4] 関数の応用

(1) $\chi = 3$ のとき、点Pは辺AB上、点Qは辺BC上にあり、 $AP = 3 \text{ cm}$ 、 $BQ = 6 \text{ cm}$ となる。

よって $y = 3 \times 6 \div 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$

(2) ①点Pは辺AB上、点Qは辺BC上にあり、 $AP = \chi \text{ cm}$ 、 $BQ = 2\chi \text{ cm}$ となる。

よって $y = \chi \times 2\chi \div 2 = \chi^2$ 図のイメージは映像を参照

②点Pは辺CD上、点Qは頂点Cに到達して、止まっている。

よって $CP = (AB + BC + CP) - AB - BC = \chi - 4 - 8 = \chi - 12$

したがって、 $y = (\chi - 12) \times 8 \div 2 = 4\chi - 48$ 図のイメージは映像を参照

(3) $4 \leq \chi \leq 12$ のとき、点Pは辺BC上、点Qは頂点Cに到達し、止まっている。

よって $BP = (AB + BP) - AB = \chi - 4$ より、 $PQ = 8 - (\chi - 4) = -\chi + 12$

したがって、 $y = (-\chi + 12) \times 4 \div 2 = -2\chi + 24$ となる。

以上より、 $y = \chi^2$ 、 $y = -2\chi + 24$ 、 $y = 4\chi - 48$ のグラフを χ の変域にしたがってかく。

グラフは模範解答を参照

詳細は映像を参照

(4) 長方形の面積の $1/4$ 以下は 8 cm^2 以下ということ。よって求めた関数の式に $y = 8$ を代入して χ を求める。

詳細は映像を参照

[5] 文字式の応用

(1) 3けたの整数は $100\chi + 10y + z$ と表すことができる。

(2) 例えば、 $P > Q$ で、 $P = 872$ 、 $Q = 278$ とすると、 $R = 872 - 278 = 594$ になる。つまり十の位は必ず繰り下がりがおこるので9になり、百の位も必ず繰り下がりがおこっている。よって、

$$\begin{aligned} R &= 100(\chi - z) + (-\chi + z) \\ &= 100(\chi - z - 1) + 100 + (-\chi + z) \\ &= 100(\chi - z - 1) + 90 + 10 + (-\chi + z) \\ &= 100(\chi - z - 1) + 10 \times 9 + 1 \times (-\chi + z + 10) \end{aligned}$$

詳細は映像を参照

(3) Rの百の位が1以上になるには、繰り下がりがあるため、 χ は z より2以上大きくなければならない。

(4) $S = 100(-\chi + z + 10) + 90 + (\chi - z - 1)$ なので、 $R + S$ は、

$$100(\chi - z - 1) + 90 + (-\chi + z + 10) + 100(-\chi + z + 10) + 90 + (\chi - z - 1) = 1089$$

〔6〕空間図形

(1) $BM = \sqrt{3} \text{ cm}$ だから、三平方の定理より、 $OM^2 = OB^2 - BM^2$ となる。よって、 $OM = \sqrt{33} \text{ (cm)}$

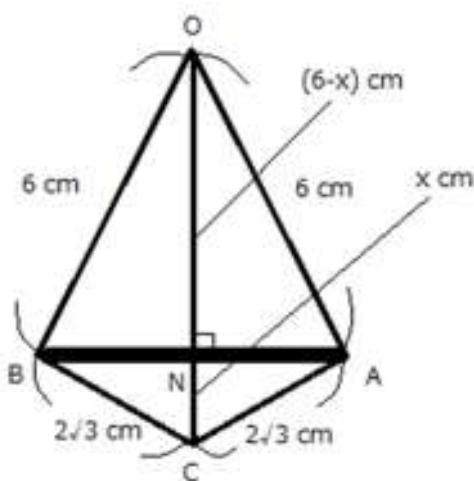
(2) 2点 A, M を結ぶと、 $\triangle ABM$ は直角三角形になるので、三平方の定理より、 $AM = 3 \text{ cm}$ となる。

頂点 O から線分 AM に垂線を引いた交点を H とする。 $AH = \chi \text{ cm}$ とすると、 $HM = 3 - \chi$ となる。

よって三平方の定理を使って OH を求めると、 $OA^2 - AH^2 = OM^2 - HM^2$ になり、 $OH = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ となる。したがって、求める体積は、 $(2\sqrt{3} \times 3 \div 2) \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 4\sqrt{6} \text{ (cm}^3)$

立体のイメージは映像を参照

(3) ①展開図をかくと、



線分 AB と辺 OC の交点が N になり、直交するので、 $CN = \chi \text{ cm}$ とすると、

$ON = 6 - \chi \text{ cm}$ となる。よって三平方の定理を使って、

$AC^2 - CN^2 = OA^2 - ON^2$ になり、 $(2\sqrt{3})^2 - \chi^2 = 6^2 - (6 - \chi)^2$

$$\chi = 1 \text{ (cm)}$$

②模範解答を参照