第3回 新潟県数学選手権 中学生大会 決勝問題

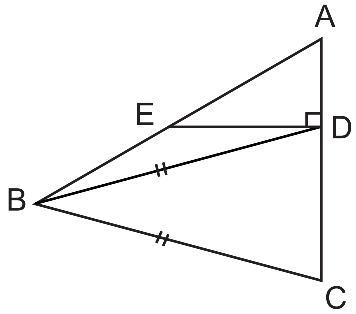
問題 1　(20 点)　A, B, C, D の 4 人が 1 問 10 点の○×式のテストを受けた。テストが終わって，互いに答案の見せ合いをすると，4 人は表のように○と×をつけていた。得点の発表があり，A は 80 点，B は 40 点，C は 30 点だった。次の問いに答えなさい。

	問 1	問 2	問 3	問 4	問 5	問 6	問 7	問 8	問 9	問 10	得点
A	○	×	○	○	○	×	○	×	○	×	80
B	×	○	○	○	×	×	○	×	×	×	40
C	○	×	○	×	×	○	×	○	○	×	30
D	○	×	×	○	○	×	×	○	○	×	?

(1)　A は問 1, 2, 5, 9 で正解していると言える。その理由を説明しなさい。

(2)　D の得点は何点か。

問題 2　(20 点)　$\angle BAC = 60°$, $\angle ABC = 45°$ の $\triangle ABC$ で，AC 上に点 D を $BC = BD$ となるようにとる。更に AB 上に点 E を $\angle ADE = 90°$ となるようにとる。次の問いに答えなさい。



(1)　$ED = EB$ であることを証明しなさい。

(2)　$EB = DC$ であることを証明しなさい。

問題 3　(20 点)　目盛りが 1cm 刻みの長い物差しがある。この物差しで，ある棒の長さをなんとか計りたい。目盛りと目盛りの 1cm の間のことを区間ということにする。物差しを 100 回，でたらめに棒にあてたとき，8 区間にまたがることが 32 回，9 区間にまたがることが 68 回あった。棒の長さは何 cm である可能性がもっとも高いか。小数点以下 1 桁まで答えよ。

問題 4　(20 点)　次の問いに答えなさい。

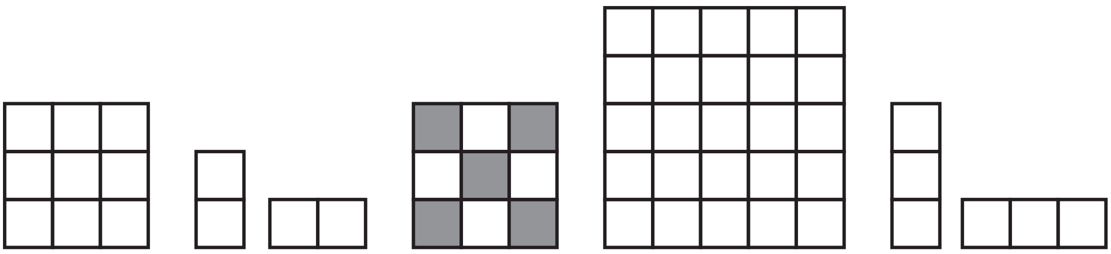


図1　　図2　　図3　　図4　　図5

(1)　図 1 のような 3×3 の方眼紙がある。9 個の方眼のうち幾つかを黒く塗り，図 2 にあるような 2×1 あるいは 1×2 の長方形がどの場所にも塗り残されていないようにしたい。(図 3 はそのような例である。) 黒く塗る方眼の数が最小である例を一つあげなさい。

(2)　図 4 のような 5×5 の方眼紙がある。25 個の方眼のうち幾つかを黒く塗り，図 5 にあるような 3×1 あるいは 1×3 の長方形がどの場所にも塗り残されていないようにしたい。黒く塗る方眼の数が最小である例を一つあげなさい。

問題 5　(20 点)　次の問題に答えなさい。

(1)　図 1 のように一辺が 1m の正方形 ABCD の中を粒子 X が直線運動をしている。X は，正方形の辺にぶつかると辺に向かう角度と辺から返る角度が等しいように跳ね返る (図 2)。また X は，正方形のどれかの頂点に達するとそこで停止する。

さて，X が図 3 のように A から出発して，3 回跳ね返って B に達したとする。X が辺 BC に当たる点を P とするとき，BP の長さを求めなさい。

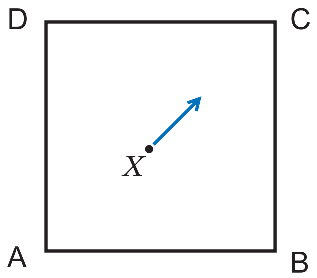


図 1

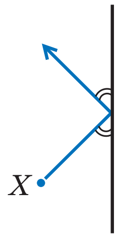


図 2

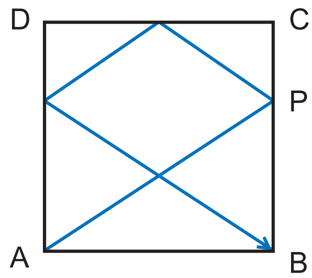


図 3

(2)　前問と同じ条件で，X が A から出発したとすれば，どのように跳ね返っても A に戻ることはない。その理由を説明しなさい。

(3)　図 4 のように一辺が 1m の正六面体 ABCDEFGH の表面を粒子 X が直線運動をしている。X の進む方向は，正六面体のどれかの辺に当たるとそれぞれの面で辺に入る角と出る角が等しいように折れ曲がる (図 5)。また，正六面体のどれかの頂点に達するとそこで停止する。

さて，X が A から出発して，正六面体の全ての面を，図 6 のように通過したのち，B に達したとする。X が辺 BC と交わる点を P とするとき，BP の長さを求めなさい。

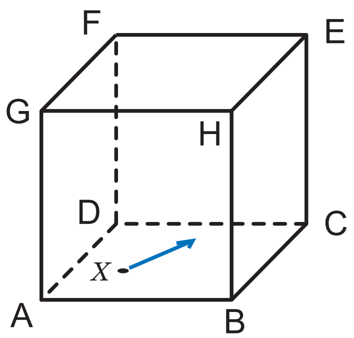


図 4

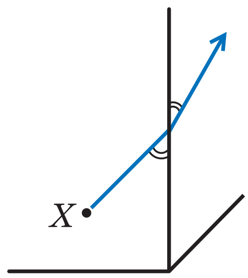


図 5

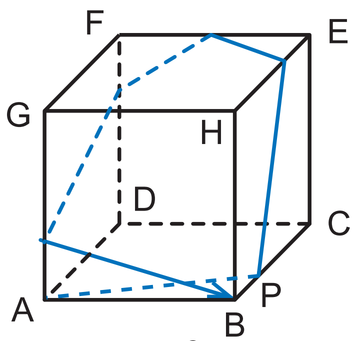


図 6

(4)　前問と同じ条件で，X が A から出発したとすれば，どのように正六面体の表面をまわっても A に戻ることはない。その理由を説明しなさい。