

## 第13回新潟県数学選手権 中学生大会（個人）問題

1

(20点)

1 から 9 までの九つの数を並べ替えて5桁の自然数 $m$ と4桁の自然数 $n$ を作る。これらの自然数のうち、積 $mn$ が最大となるような5桁の自然数 $m$ と4桁の自然数 $n$ を求めよ。また最大の積 $mn$ も求めよ。

2

(20点)

ある自然数 $n$ の全ての正の約数を逆数にして足し合わせると2となるような自然数のうち、1番小さい自然数 $l$ と2番目に小さい自然数 $m$ を求めよ。

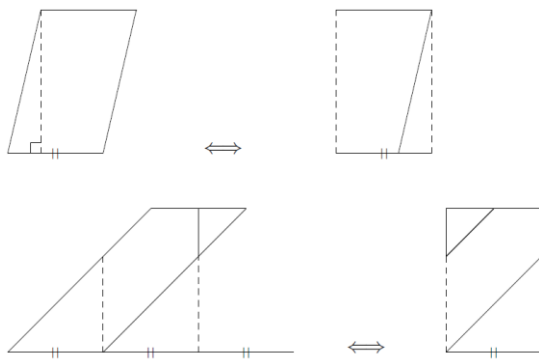
3

(20点)

二つの自然数 $x$ と $y$ が互いに素とは、 $x$ と $y$ の最大公約数が1となることである。たとえば6と8は互いに素ではないが、8と15は互いに素である。10個の連続する自然数があるとき、その中の少なくとも一つは他の九つの数と互いに素であることを示せ。

面積が等しい多角形が2つある。この多角形的一方を適当に有限個に分割し、組み合わせることで、もう一方の多角形を作ることができる。このとき、これらの二つの多角形を**等積図**と呼ぶことにする。たとえば、底辺と高さがそれぞれ等しい二つの平行四辺形は等積図である（図1）。以下の問いに答えよ。

図1



※必要ならば次の定理を使ってよい。

**中点連結定理：**三角形ABCの辺AB, ACの中点をそれぞれM,Nとすると次が成り立つ。

$$MN \parallel BC, \quad MN = \frac{1}{2} BC$$

- 多角形 $P_1, P_2, P_3$ に対し、 $P_1$ と $P_2$ が等積図で $P_2$ と $P_3$ も等積図ならば、 $P_1$ と $P_3$ も等積図であることを説明せよ。
- 面積の等しい二つの平行四辺形は等積図であることを説明せよ。
- すべての三角形はある平行四辺形の等積図であることを説明せよ。
- すべての三角形は一辺の長さが1であるような長方形と等積図であることを説明せよ。
- 面積が等しい多角形はすべて等積図であることを説明せよ。
- 下の図で正方形の1マスの辺の長さを1とする。このとき、左の図形を有限個に分割し、組み合わせることで右の図形を作る手順を上のア～エを踏まえて示せ。

